

# Signalanalyse WS2008, Übungsblatt II

**Abgabetermin:** 13.02.2009

1. Generieren Sie mit dem Matlab-internen Zufallsgenerator einen Zufallsvektor  $x[n]$  mit folgenden Eigenschaften:

- Gauß-verteilttes weißes Rauschen (WGN)
- Mittelwert  $m_X = 0$
- Varianz  $\sigma_X^2 = 25$
- Länge des Zufallsvektors:  $N = 10^6$  Samples

Durch Filterung von  $x[n]$  in einem System mit der Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{1}{1 - 2.6934z^{-1} + 2.4748z^{-2} - 0.6627z^{-3} + 0.1519z^{-4} - 0.5061z^{-5} + 0.2801z^{-6}} \quad (1)$$

entsteht ein AR(6) Prozess  $y[n]$ . Analysieren Sie mit Hilfe einer Periodogramm-Schätzung die spektralen Eigenschaften des soeben generierten Zufallsvektors  $y[n]$ . Ermitteln Sie das Leistungsdichtespektrum mit einem Schätzer  $\hat{P}_{XX}^{\text{non-param}}(\omega)$ , der folgenden Spezifikationen genügt:

- Methode: Periodogramm-Mittelung nach Welch (Matlab Kommando *pwelch()*)
- Hamming-Fenster
- Überlappung der einzelnen Datensegmente 50 %
- Minimale Frequenzauflösung:  $\Delta\omega \leq \pi/1024$ .

Ermitteln Sie weiters das Leistungsdichtespektrum  $\hat{P}_{XX}^{\text{param}}(\omega; m)$  unter Verwendung eines parametrischen Schätzers mit folgenden Eigenschaften:

- Verfahren nach Burg (Matlab Kommando *burg()*).
- Modellordnung des  $AR(m)$  Modelles  $m = 1 \dots 10$ .

Vergleichen Sie die geschätzten Leistungsdichtespektren mit der analytischen Lösung basierend auf dem Filterfrequenzgang aus Gleichung 1. Bestimmen Sie die mittlere quadatische Abweichung

$$mse(m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|\hat{P}_{XX}^{\text{param}}(\omega; m) - P_{XX}(\omega)\|^2 d\omega \quad (2)$$

für die geschätzten Leistungsdichtespektren. Wählen Sie dazu eine geeignete Frequenzdiskretisierung. Vergleichen Sie diese Resultate mit der mittleren quadratischen Abweichung der nicht-parametrischen Schätzung.

Interpretieren und diskutieren Sie die erhaltenen Ergebnisse! Welche Unterschiede ergeben sich beim Einsatz von parametrischen und nichtparametrischen PSD Schätzern?

2. Ein Signal der Form

$$x(t) = 5 \cdot \sin(2\pi t) + 2 \cdot \sin(10\pi t) \quad (3)$$

wir mit einer Rate von 50 Sps abgetastet. Dieses Signal besteht dabei aus einer 1 Hz Nutzsignal-komponente und einem Störer mit einer Frequenz von 5 Hz. Führen Sie folgende Schritte aus:

- Entwerfen Sie unter Verwendung eines Butterworth Prototypen ein zeitdiskretes TP Filter zur Trennung der beiden Signalkomponenten. Das Filter ist mit einer maximalen Durchlassdämpfung von 1 dB für das Nutzsignal spezifiziert. Weiters soll die zweite Signalkomponente nach Durchlaufen des Filters um mindestens 35 dB unter dem Nutzsignal liegen.
- Geben Sie die Übertragungsfunktion  $H(z)$  und die Differenzengleichung des Filters an. Wieviele Multiplikationen und Additionen benötigt die Berechnung eines Ausgangssamples?
- Zeichnen Sie den Signalflussgraphen des Filters.